

Утвержден
приказом МБОУ СШ №10 г. Павлово
от 01.09.2017 № 225

Рабочая программа элективного курса

«Замечательные неравенства,
их обоснование и применение»

11 класс

Пояснительная записка

Рабочая программа элективного курса «Замечательные неравенства, их обоснование и применение» разработана на основе авторской программы элективного курса Гомонова С.А. «Замечательные неравенства, их обоснование и применение», кандидата физико-математических наук, доцента. (Сборник. Элективные курсы в профильном обучении: Образовательная область «Математика» / Министерство образования РФ - Национальный фонд подготовки кадров. – М.: Вита-Пресс, 2004. – 96 с.).

В отличие от авторской программы элективного курса Гомонова С.А. «Замечательные неравенства, их обоснование и применение», которая рассчитана на 35 часов в неделю, данная программа разработана на 33 часа в неделю, поэтому на главу IX. «Генераторы замечательных неравенств» вместо необходимых 11 часов выделено 9 часов.

Требования к уровню подготовки выпускников

В результате изучения курса выпускники должны знать/уметь:

- знать понятие «больше», «меньше», «не больше», «не меньше» для действительных чисел и их свойства;
- знать основные методы сравнения двух чисел: «по определению», сравнение их отношений с единицей, сравнение их степеней, сравнение их с промежуточным числом, метод использования «замечательных неравенств»;
- знать основные методы установления истинности неравенств с переменными: метод анализа, метод синтеза, метод «от противного», метод использования тождеств, метод подстановки (введение новых переменных), метод оценивания (усиление и ослабления);
- знать схему применения метода математической индукции;
- знать неравенство Коши для произвольного числа переменных;
- знать соотношение Коши - Буняковского;
- иметь представление о системе аксиом Пеано;
- знать наизусть аксиому математической индукции;
- знать средние арифметическое, геометрическое, гармоническое и квадратическое двух положительных чисел, их геометрическая интерпретация;
- иметь ясное представление о методе Штурма доказательства неравенств с переменными;
- знать неравенство треугольника и теорему косинусов и уметь использовать их для обоснования и получения неравенств.
- владеть понятиями неравенство с переменными, решение неравенства, неравенство-следствие, система неравенств, совокупность неравенств, выполнять геометрическую интерпретацию понятий;
- уметь применять основные методы сравнения двух чисел;
- уметь правильно употреблять математическую терминологию;
- уметь работать с литературными источниками, находить и использовать информацию в бумажных и электронных изданиях;
- уметь исследовать функцию на выпуклость, вогнутость;
- применять основные способы доказательства истинности неравенств с переменными;
- уметь применять такие методы установления истинности неравенств, как метод синтеза и метод анализа, метод «от противного» и метод использования тождеств;
- уметь доказывать неравенство Коши для трех и четырех переменных, применять неравенство Коши для обоснования неравенств с переменными;
- уметь применять метод математической индукции для доказательства неравенств;
- уметь применять неравенство Коши - Буняковского при $n = 2$ и $n = 3$;

- уметь использовать основные свойства линейной и квадратичной функций для обоснования и получения неравенств с переменными;
- уметь применять метод перебора всех вариантов при доказательстве неравенств с переменными;
- уметь применять замечательные неравенства для нахождения наибольшего и наименьшего значений функций, решения несложных задач на оптимизацию.

Содержание программы

Часть I. Замечательные неравенства – 13 часов

Введение. Предмет, изучению которого посвящен данный курс. Исторические сведения. Преемственная связь с базовым курсом школьной математики. Средние величины и неравенство Коши. О задачах школьных математических олимпиад.

Глава 1. Числовые неравенства и их свойства

Понятие положительного, отрицательного числа, число нуль. Основные законы сложения и умножения действительных чисел. Свойства суммы и произведения положительных чисел. Понятие «больше» для действительных чисел, его геометрическая интерпретация и свойства. Понятие «меньше», «не больше», «не меньше» для действительных чисел и их свойства. Числовые неравенства. Простейшие свойства числовых неравенств. Монотонность функций и числовые неравенства.

Глава 2. Основные методы установления истинности числовых неравенств

Сравнение двух чисел - значений числовых выражений по «определению», путем сравнения их отношения с единицей, путем сравнения их степеней, путем сравнения их с промежуточными числами (числом), метод введения вспомогательной функции, метод использования замечательных неравенств и некоторые другие. Примеры.

Глава 3. Основные методы решения задач на установление истинности неравенств с переменными

Частные случаи неравенства Коши, их обоснование и применения. Краткое введение. О применении неравенств с параметрами и об умении подбирать, сочинять и обосновывать (а то и опровергать) неравенства с параметрами. Банк-хранилище замечательных неравенств наибольшей востребованности. Неравенство-следствие. Равносильные (эквивалентные) неравенства. Равносильные задачи на доказательство (установление) или опровержение неравенств. Методы установления истинности неравенств с переменными: метод «от противного», метод анализа, метод синтеза, метод усиления и ослабления, метод подстановки (введения новых переменных), метод использования тождеств, метод введения вспомогательных функций, метод уменьшения или увеличения числа переменных; метод понижения степеней выражений, образующих левую или правую части неравенства; метод интерпретаций или моделей (векторных, тригонометрических, физических). Примеры.

Глава 4. Метод математической индукции и его применение к доказательству неравенств. Неравенство Коши для произвольного числа переменных

Индукция вообще и в математике в частности. Система аксиом Дж. Пеано. Схема применения принципа (аксиомы) математической индукции. Некоторые модификации метода математической индукции. Примеры. Две теоремы о сравнении соответствующих членов двух последовательностей с помощью сравнения разности или отношения двух соседних членов одной последовательности с разностью или отношением двух членов другой последовательности. Примеры.

Глава 5. Неравенство Коши-Буняковского и его применение к решению задач

Формулируется и обосновывается теорема, устанавливающая соотношение Коши-Буняковского и дающая критерий реализации этого соотношения в варианте равенства. Примеры. Геометрическая интерпретация неравенства Коши-Буняковского. Векторный вариант записи этого неравенства.

Глава 6. Неравенства подсказывают методы их обоснования

Метод Штурма. Примеры. Использование симметричности, однородности, цикличности левой и правой частей неравенства. Геометрические неравенства, устанавливающие соотношения между длинами сторон треугольника.

Часть II. Средние величины: их свойства и применение – 21 час

Введение. «Средние» в средней школе. Многообразие средних величин.

Глава 7. Средние степенные величины: соотношения между ними и другие источники замечательных неравенств

Введение. Средние величины в школьном курсе математики, физики. Многообразие «средних». Средние арифметическое, геометрическое, гармоническое и квадратическое и соотношение между ними в случае двух параметров. Геометрическая интерпретация. Четыре средние линии трапеции. Среднее арифметико-геометрическое Гаусса и среднее арифметико-гармоническое, их существование и свойства. Симметрические средние. Теорема Мюрхеда. Круговые неравенства и методы их доказательства. Среднее арифметическое взвешенные и его свойства. Координаты центра масс конечной системы материальных точек. Средние степенные и средние взвешенные степенные и их свойства. Примеры. Вывод неравенства Коши-Буняковского с помощью тождества Лагранжа.

Глава 8. Неравенство Чебышева и некоторые его обобщения

Введение. Исторический экскурс. П.Л. Чебышев и его научное наследие. Неравенство Чебышева: простейший вариант и его обобщение, порожденное понятием одномонотонной последовательности. Одномонотонная последовательность как результат обобщения понятия монотонных последовательностей и обнаружения некоторой «симметричности» выражений, составляющих левую и правую части неравенства Чебышева. Неравенства, обобщающие как неравенство Чебышева, так и неравенство Коши-Буняковского.

Глава 9. Генераторы замечательных неравенств

Перечисляются основные способы получения замечательных неравенств, причем как ранее уже изученные (повторение ранее пройденного), так и совершенно новые. Свойства квадратичной функции - источник простейших неравенств. Неравенство треугольника.

Свойства одномонотонных последовательностей - источник замечательных неравенств:

а) Свойства двучленных и трехчленных одномонотонных последовательностей. Примеры. Свертка двух последовательностей.

б) Свойства одномонотонных последовательностей произвольной длины и их применение. Применение.

в) Одномонотонность нескольких последовательностей, их свойства и применения. Примеры.

г) Обобщения. Итоги. Применения изученных понятий и их свойств к получению новых замечательных неравенств. Неравенства, обобщающие одновременно и неравенство Коши-Буняковского, и неравенство Чебышева.

Неравенство Иенсона. Введение. Историческая справка. Краткий обзор результатов. Выпуклый анализ – раздел современной математики.

а) Свойства центр масс конечной системы материальных точек.

б) Выпуклые фигуры и выпуклые функции. Надграфик и подграфик функции. Неравенство Иенсона и его доказательство. Простейшие примеры применения.

Теорема о связи свойств выпуклости надграфика или подграфика функции с ее выпуклостью или вогнутостью.

в) Выпуклость фигур и свойства центра масс конечной системы материальных точек.

г) исследование функций на выпуклость и вогнутость средствами математического анализа. Неравенство Коши-Гельдера. Неравенство Минковского и другие примеры.

Глава 10. Применение неравенств.

Задача Дидоны (упрощенный вариант) и другие задачи на оптимизацию. Поиск наибольшего и наименьшего значений функции с помощью замечательных неравенств.

Учебно-тематический план

Тема	Учебное время	
	Лекция	Практикум
Часть 1. Замечательные неравенства – 13 часов		
1. Числовые неравенства и их свойства	1	0

2. Основные методы установления истинности числовых неравенств	1	1
3. Основные методы решения задач на установление истинности неравенств с переменными.	1	3
4. Метод математической индукции и его применение к доказательству неравенств. Неравенство Коши для произвольного числа переменных	2	1
5. Неравенство Коши-Буняковского и его применение к решению задач	1	1
6. Неравенства подсказывают методы их обоснования	0	1
Итого	6	7
Часть 2. Средние величины: их свойства и применение – 20 час		
7. Средние степенные величины, соотношения между ними и другие источники замечательных неравенств	3	3
8. Неравенство Чебышева и некоторые его обобщения	1	1
9. Генераторы замечательных неравенств	5	4
10. Применение неравенств	1	2
Итого	10	10
Итого	16	17
Всего	33 часа	



Пронумеровано, прошнуровано и
скреплено печатью
5
листами (ов)
Секретарь МБОУ СШ №10 г.Павлово
Е.А. Давыдова